ZAGADNIENIA DO EGZAMINU DYPLOMOWEGO

DLA STUDENTÓW KIERUNKU MATEMATYKA STOSOWANA II STOPNIA

kończących studia w roku akad. 2026/2027

MFIE I AD

CZĘŚĆ PIERWSZA: PYTANIA Z PRZEDMIOTÓW KIERUNKOWYCH

(*ZAGADNIENIA Z CZĘŚCI PIERWSZEJ OBOWIĄZUJĄ WSZYSTKICH DYPLOMANTÓW*)

1. Definicja oraz podstawowe własności funkcji mierzalnych.

2. Podstawowe własności całki Lebesgue'a.

3. Twierdzenia dotyczące ciągów funkcji całkowalnych.

4. Zasady modelowania matematycznego oraz podstawowe metody tworzenia modeli.

5. Typy modeli matematycznych – modele ciągłe i dyskretne.

6. Równanie Laplace'a oraz zagadnienia brzegowe – interpretacja fizyczna i praktyczne zastosowania.

7. Funkcje wklęsłe, wypukłe, pseudo- i quasi-wklęsłe – definicje, warunki konieczne i wystarczające, rola w optymalizacji i związek z wypukłością zbiorów.

8. Kierunki dopuszczalne i warunki regularności ograniczeń – lemat Farkasa, twierdzenie Kuhna-Tuckera i ich znaczenie dla rozwiązań optymalnych.

9. Metody niedeterministyczne w optymalizacji – metoda Monte Carlo, algorytmy genetyczne i ewolucyjne, strategie $(1 + 1)$ oraz $(\mu + \lambda)$.

10. Podstawowe twierdzenie o zbiorze wypukłym i twierdzenie o rzucie prostopadłym w przestrzeni Hilberta. Operatory rzutowania (definicja i podstawowe własności).

11. Twierdzenia o oddzielaniu zbiorów wypukłych w przestrzeniach unormowanych.

12. Twierdzenie Jordana–von Neumanna i wzory polaryzacyjne.

13. Równania różniczkowe cząstkowe rzędu pierwszego – liniowe jednorodne i quasi-liniowe oraz metody rozwiązywania.

14. Idea metody rozdzielania zmiennych dla równań różniczkowych cząstkowych typu hiperbolicznego i parabolicznego.

15. Rozwiązania podstawowe i funkcje Greena dla równań różniczkowych cząstkowych typu eliptycznego i parabolicznego w kontekście problemów granicznych.

16. Procesy ciągłe i typu cadlag – definicje i własności.

17. Proces Poissona i proces Wienera – definicje, własności i zastosowania.

18. Łańcuchy Markowa i martyngały – definicje, własności i przykłady zastosowań.

19. Całka Ito, proces Ito oraz stochastyczne równania różniczkowe – definicje, własności i zastosowania.

20. Zarządzanie ryzykiem w projektach – typowe ryzyka i priorytetyzacja.

CZĘŚĆ DRUGA. PYTANIA Z PRZEDMIOTÓW SPECJALNOŚCIOWYCH, WEDŁUG SPECJALNOŚCI

SPECJALNOŚĆ MFIE

1. Teoria ryzyka – koherentne i wypukłe miary ryzyka (VaR, Expected Shortfall, CVaR), metody obliczania i zastosowania.

2. Technika Holta-Wintersa – definicja, zasada działania i przykłady zastosowań.

3. Model mieszany – założenia, postać i przykłady zastosowania regresji I analizy wariancji.

4. Badanie stacjonarności szeregu czasowego – metody i zastosowania.

5. Metody backtestingu.

6. Funkcje kopuły – definicja, twierdzenie Sklara, rodzaje kopuł oraz ich zastosowania.

7. Analiza portfelowa – stopa zwrotu, ryzyko i klasyfikacja portfeli inwestycyjnych.

8. Modele równowagi rynku kapitałowego – model Sharpe'a, CAPM i model arbitrażu cenowego.

9. Portfele Markowitza oraz model Blacka-Littermana – założenia i zastosowania.

10. Modele analityczne dla niepełnych lat w matematyce ubezpieczeń na życie.

11. Wyznaczanie jednorazowej składki netto za renty życiowe dyskretne i ciągłe.

12. Wyznaczanie niejednorazowej składki netto za polisy ze świadczeniami płatnymi na koniec roku śmierci i w chwili śmierci.

13. Parametryczna klasa modeli GARCH i jej zastosowania w modelowaniu finansowych szeregów czasowych.

14. Współczesna interpretacja teorii Malthusa.

15. Wady i zalety migracji zarobkowej.

16. Wyzwania procesów demograficznych dla polityki fiskalnej.

SPECJALNOŚĆ AD

1. Modele dyskretne i ciągłe układów dynamicznych – podstawowe różnice i przykłady zastosowań w biologii i fizyce.

2. Punkty stacjonarne i stabilność w sensie Lapunowa w modelach dynamicznych.

3. Chaos deterministyczny i zjawiska bifurkacji – pojęcia, przykłady i interpretacje (Devaney, Li–Yorke).

4. Przestrzenie metryczne, kule i sfery, średnica zbioru – definicje i przykłady.

5. Równoważność i lipschitzowska równoważność metryk.

6. Zbiory zwarte w przestrzeniach metrycznych – definicja, własności, twierdzenia Weierstrassa i Heinego–Borela.

7. Stacjonarność kowariancyjna szeregów czasowych – definicja, własności i przykłady.

8. Transformacje stacjonaryzujące szeregi niestacjonarne – metody i zastosowania.

9. Algorytm genetyczny – zasada działania i główne etapy.

10. Algorytmy krzyżowania dla rzeczywistej reprezentacji chromosomu – przykłady i opis wybranego algorytmu.

11. Obliczenia ewolucyjne – zastosowania i przykłady problemów optymalizacyjnych.

12. Środowisko programistyczne RStudio i współpraca z platformą Apache Spark – rola pakietu sparklyr.

13. Automatyzacja procesu uczenia maszynowego w środowisku RStudio – cele, metody i pakiety.

14. Automatyzacja procesu uczenia maszynowego w środowisku RStudio i na platformie H2O – porównanie metod.

15. Architektury głębokich sieci neuronowych – CNN, RNN, LSTM, GRU, Transformers, GAN, VAE – budowa, działanie i zastosowania.

16. Proces uczenia i walidacji modeli głębokich – zbiory danych, metody poprawy generalizacji, uczenie transferowe i fine-tuning.