

Lista zagadnień na test kompetencji wymaganych od kandydatów na kierunek Matematyka Stosowana studia II stopnia na Wydziale Informatyki i Matematyki w procesie rekrutacji na studia rozpoczynające się w semestrze letnim 2025/26, którzy otrzymali negatywną ocenę zgodności efektów uczenia się

1. **Granica ciągu i granica funkcji. Własności funkcji ciągłych.**
2. **Pochodna funkcji jednej zmiennej oraz jej zastosowania.**
3. **Pochodne cząstkowe i ekstrema funkcji wielu zmiennych.**
4. **Szeregi liczbowe i funkcyjne.**
5. **Całka funkcji jednej zmiennej.**
6. **Całka funkcji wielu zmiennych.**
7. **Całki krzywoliniowe.**
8. **Całki powierzchniowe.**
9. **Relacje równoważności i ich przykłady w różnych działach matematyki** (podać definicje: relacji, relacji równoważności, klasy równoważności, zbioru ilorazowego. Należy podać intuicje stojące za tymi pojęciami i zilustrować je na wybranym przykładzie. Należy umieć podać zastosowania pojęcia zbioru ilorazowego w matematyce, na przykład: kierunek w geometrii, pojęcie wektora swobodnego, pojęcie grupy ilorazowej i innych struktur ilorazowych z algebry).
10. **Układy równań liniowych** (*metody rozwiązywania, twierdzenie Cramera, twierdzenie Kroneckera-Cappelliego*).
11. **Przestrzenie wektorowe** (*definicja, przykłady, podstawowe własności*).
12. **Odwzorowania liniowe** (*definicja, przykłady, podstawowe własności*).
13. **Rachunek macierzowy i wyznaczniki** (*w tym metody odwracania macierzy, definicja i podstawowe własności wyznacznika, wzór Laplace'a, operacje elementarne na wierszach i kolumnach*).
14. **Liczby zespolone** (*działania, płaszczyzna zespolona, postaci trygonometryczna i wykładnicza, wzór de Moivre'a, pierwiastkowanie, zasadnicze twierdzenia algebry*).
15. **Proste i płaszczyzny w trójwymiarowej przestrzeni euklidesowej.**
16. **Grupy** (*pojęcia: grupa, podgrupa, podgrupa normalna, grupa ilorazowa, homomorfizm grup; grupy permutacji, rozkłady na cykle, pojęcie grupy cyklicznej, twierdzenia dotyczące grup cyklicznych*).
17. **Pierścienie** (*pojęcie pierścienia, rodzaje pierścieni, pojęcie homomorfizmu pierścieni, charakterystyka, dzielniki zera, elementy odwrotne, przykłady*).
18. **Największy wspólny dzielnik i największa wspólna wielokrotność w arytmetyce liczb całkowitych** (*definicje, przykłady, Algorytm Euklidesa, rozszerzony algorytm Euklidesa*).

19. **Arytmetyka modularna** (kongruencje, funkcja arytmetyczna Eulera, definicja elementu pierwotnego modulo n , definicja logarytmu dyskretnego, własności, przykłady, zastosowania, twierdzenie Eulera).
20. **Liczby pierwsze** (definicja, własności, twierdzenie Euklidesa o liczbach pierwszych, sito Eratostenesa, znane twierdzenia dotyczące rozmieszczenia liczb pierwszych w tym twierdzenie opisujące asymptotyczny rozkład liczb pierwszych, postulat Bertranda).
21. **Przestrzeń probabilistyczna jako model zjawiska losowego** (definicja przestrzeni probabilistycznej, przykłady: prawdopodobieństwo klasyczne, geometryczne, schemat Bernoullego).
22. **Dyskretny i ciągły rozkłady prawdopodobieństwa** (definicja zmiennej losowej, rozkładu prawdopodobieństwa, związek między tymi pojęciami. Rozkład dyskretny – definicja, przykłady: dwumianowy, geometryczny, Poissona. Rozkład absolutnie ciągły – definicja, przykłady: jednostajny, wykładniczy, normalny. Dystrybuanta i jej związek z rozkładem).
23. **Prawa wielkich liczb i centralne twierdzenie graniczne** (słabe prawo wielkich liczb, Mocne PWL, nierówności Czebyszewa, tw. Moivre’a – Laplace’a, Lindeberga-Levy’ego, znaczenie CTG w statystyce matematycznej).
24. **Zależność zdarzeń, prawdopodobieństwo warunkowe, warunkowa wartość oczekiwana** (definicja n zdarzeń niezależnych, def. prawdopodobieństwa warunkowego, wzór na prawdopodobieństwo całkowite, wzór Bayesa, aksjomatyczna def. WWO, własności).
25. **Model matematyczny i jego weryfikacja. Ilustracja na przykładzie** (modele przyrostu populacji - model Malthusa, dyskretny równanie logistyczne, model Verhulsta).
26. **Podstawowe pojęcia i wzory kombinatoryki. Przykłady zastosowań** (permutacje, wariacje z/bez powtórzeń, kombinacje. Umieszczanie n przedmiotów w k kategoriach, po $n_1, \dots, n_k$ przedmiotów w każdej kategorii). Należy zdefiniować te pojęcia i powiązać je z innymi pojęciami matematycznymi – np. z funkcjami o określonych własnościach i przedstawić alternatywny problem zliczania redukujący się do każdego z tych pojęć. Należy umieć przedstawić i uzasadnić wzór na zliczanie wszystkich obiektów danego typu.).
27. **Modelowanie w epidemiologii** (modele SI (zdrowy/podatny – zarażony), SIS (zdrowy/podatny – zarażony - zdrowy), SIR (zdrowy/podatny – zarażony - uodporniony), SEIR (zdrowy/podatny – wystawiony na działanie – zarażony - uodporniony)).
28. **Praktyczne zastosowania grafów** (zaprezentować problem praktyczny, który da się przełożyć na język grafów. Omówić zagadnienie teoretyczne modelujące podany problem praktyczny; podać algorytm (-y) służący(-e) do jego rozwiązania; omówić cechy tego algorytmu (Czy jest dokładny, jego czas działania w zależności od rozmiaru grafu). Możliwe zagadnienia do wyboru:
 - a) Znajdowanie **najkrótszej drogi** od punktu A do punktu B, gdy dane są odległości do i między punktami pośrednimi. Algorytm Dijkstry lub inny o złożoności wielomianowej.

- b) Zagadnienie modelowane jako **problem najkrótszych połączeń**: wyznaczanie minimalnego drzewa spinającego w grafie spójnym z wagami. Algorytmy Prima i Kruskala, o złożoności wielomianowej.
- c) Zagadnienie modelowane jako **problem komiwojażera**: znajdowanie cyklu Hamiltona w grafie pełnym z wagami. Dokładny algorytm „siłowy” nie ma złożoności wielomianowej. Algorytmy przybliżone: najbliższego sąsiada i najtańszego łącza mają wielomianową złożoność, ale na ogół nie dają dokładnej odpowiedzi. Przypuszcza się, że nie istnieje żaden algorytm dający, w czasie wielomianowym, dokładną odpowiedź.)
29. **Podać metody opisu struktury zbiorowości** (miary położenia, dyspersji, asymetrii, koncentracji oraz współzależności zjawisk (współczynniki korelacji)).
30. **Omówić funkcję regresji liniowej oraz ocenę zgodności oszacowanej funkcji regresji z danymi empirycznymi.**
31. **Opisać metody analizy dynamiki zjawisk** (metody wyodrębniania trendów - mechaniczne i analityczne).
32. **Szacowanie wartości nieznanymi parametrów rozkładu** (estymacja).
33. **Sprawdzanie poprawności przypuszczeń na temat rozkładu** (weryfikacja hipotez statystycznych).
34. **Modelowanie zjawisk z użyciem równań różniczkowych** (równania różniczkowe rzędu pierwszego i drugiego, typy równań, zagadnienie początkowe, model Malthusa, model Verhulsta, prawo stygnięcia, inne).
35. **Układy równań różniczkowych liniowych o stałych współczynnikach w modelach matematycznych** (układ liniowy jednorodny o stałych współczynnikach, układ niejednorodny, związek z równaniami skalarnymi, model Lotki-Volterra, model mieszania się roztworów soli, inne).
36. **Równania różnicowe i ich zastosowanie** (operator różnicowania i sumowania, równania liniowe jednorodne i niejednorodne rzędu n , model odnowienia zbiorowości środków trwałych, równanie logistyczne, dyskretny model Malthusa i Verhulsta, model pajęczynowy, inne).
37. **Wyznaczanie miejsc zerowych funkcji przy zastosowaniu metod numerycznych** (metoda bisekcji i metoda regula falsi).
38. **Interpolacja wielomianowa** (twierdzenie o jedyności wielomianu interpolacyjnego. Wielomian interpolacyjny Lagrange’a).